

## Document Préparatoire au Test de Contrôle (S4 - Période 1)

Ce contrôle porte sur les chapitres fondamentaux du programme de début d'année : les **Nombres Complexes**, les **Suites Numériques** (arithmétiques et géométriques) et l'introduction aux **Limites et Dérivation**.

### I. Savoir-faire à Développer pour l'Évaluation

Pour réussir le Test de Contrôle, l'élève de S4 doit maîtriser les compétences suivantes :

#### Domaine 1 : Nombres Complexes

- **Définir** et identifier la partie réelle  $\text{Re}(z)$  et la partie imaginaire  $\text{Im}(z)$  d'un nombre complexe  $z = a + bi$ .
- **Opérations de base** : Addition, Soustraction, Multiplication et Division (utiliser le **conjugué** du dénominateur).
- Comprendre le rôle du nombre imaginaire **i** et de ses **puissances** ( $i^2 = -1$ ).
- **Forme Trigonométrique** : Passer de la forme algébrique  $z = a + bi$  à la forme  $z = \rho \cos \theta + i \sin \theta$ , et inversement.
- **Formule de Moivre** : L'utiliser pour calculer les puissances d'un nombre complexe.
- Résoudre des **équations simples** admettant des racines complexes.

#### Domaine 2 : Suites Numériques

- **Identifier** le mode de génération d'une suite (formule explicite  $u_n = f(n)$  ou récurrente  $u_{n+1} = f(u_n)$ ).
- **Suites Arithmétiques** :
  - Calculer la raison  $r$ .
  - Déterminer le terme général :  $u_n = u_p + (n-p)r$ .
  - Calculer la somme des  $n$  premiers termes :  $S_n = n \frac{u_1 + u_n}{2}$ .
- **Suites Géométriques** :
  - Calculer la raison  $q$ .
  - Déterminer le terme général :  $u_n = q^{n-p} u_p$ .
  - Calculer la somme des  $n$  premiers termes :  $S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$ .

### Domaine 3 : Limites et Dérivation

- Définir et calculer la **limite** d'une fonction en un point ou à l'infini pour les cas simples (polynômes, fractions rationnelles).
  - Lever les **formes indéterminées** simples en factorisant.
  - Connaître et appliquer les **Formules de Dérivation** fondamentales de base : Dérivée de  $x^n$ ,  $\sin(x)$ , etc.).
  - Utiliser la dérivée pour trouver le **coefficient directeur** de la tangente en un point.
- 

## II. Modèle d'Examen (Approche par Compétences)

**Durée : 2h00 Total : 40 points**

### Partie A : Questionnaire à Choix Multiples (QCM) - 10 points (1 point par question)

*Cochez la bonne réponse.*

1. Soit  $z = 3 - 2i$ . Quel est son conjugué  $\bar{z}$  ? a)  $-3 + 2i$  b)  $3 + 2i$  c)  $-3 - 2i$
2. Calculer  $i^{20}$ . a)  $i$  b)  $-1$  c)  $1$
3. La suite  $u_n = 3n + 1$  est : a) Arithmétique de raison 3. b) Géométrique de raison 3. c) Ni l'un ni l'autre.
4. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $q = 5$  est : a)  $u_n = 2 + 5n$  b)  $u_n = 2 \times 5^n$  c)  $u_n = 5 \times 2^n$
5. Calculer la limite :  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1)$ . a) 5 b) 3 c)  $\infty$
6. La dérivée de la fonction  $f(x) = x^3$  est : a)  $3x^2$  b)  $3x^4$  c)  $3x$
7. Soit  $z = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . Quel est le module  $|z|$  ? a) 0 b)  $i$  c) 1
8. La somme  $S_3$  des trois premiers termes de la suite arithmétique de raison  $r = 2$  et  $u_1 = 1$  est : a) 6 b) 9 c) 12
9. Quel est le résultat de  $(1 + i)^2$  ? a)  $1 + 2i$  b)  $2i$  c) 0
10. La limite en l'infini de  $f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^3 + 5}$  est : a) 2 b) 0 c)  $\infty$

## Partie B : Exercices d'Application et de Raisonnement - 15 points

**Exercice 1 : Nombres Complexes (6 points)** Soient les nombres complexes  $z_1 = 2 + 3i$  et  $z_2 = 1 - i$ .

1. Calculer  $z_1 \times z_2$ . (3 pts)
2. Calculer  $\frac{z_1}{z_2}$  et mettre le résultat sous la forme algébrique  $a + bi$ . (3 pts)

**Exercice 2 : Suites Numériques (6 points)** Soit la suite arithmétique  $(u_n)$  avec  $u_5 = 17$  et  $u_{10} = 32$ .

1. Déterminer la **raison**  $r$  de la suite. (3 pts)
2. Calculer le premier terme  $u_0$ . (3 pts)

**Exercice 3 : Limites (3 points)** Calculer la limite suivante en levant l'indétermination :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

## Partie C : Situations-Problèmes - 15 points

**Problème 1 : Modélisation (Suites Géométriques) (8 points)** Une population d'insectes dans un champ augmente de 10% par jour (suite géométrique). Le premier jour d'observation ( $u_0$ ) on compte 1000 insectes.

1. Écrire l'expression du terme général  $u_n$  (nombre d'insectes après  $n$  jours). (3 pts)
2. Calculer le nombre d'insectes au bout de 3 jours d'observation ( $u_3$ ). (3 pts)
3. Si le champ est détruit à partir de 2000 insectes, le champ survivra-t-il après 7 jours ? Justifiez votre réponse (Calculer  $u_7$ ). (2 pts)

**Problème 2 : Géométrie Complexe (7 points)** Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé, on considère le point  $A$  d'affixe  $z_A = 1 + i$ .

1. Déterminer le **module** et un **argument** de  $z_A$ . (4 pts)
2. Écrire  $z_A$  sous sa **forme trigonométrique**. (3 pts)

III. Minimum Vita (Maths S4 - Période 1)

Thème	Formules Clés	Exercices Simples (Exemples)
Nombres Complexes	Forme Algébrique : $z = a + bi$ . Conjugué : $\bar{z} = a - bi$ . Module : $ z $	$z$
Suites Arithmétiques	Terme général : $u_n = u_p + (n - p)r$ . Somme : $S_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$ .	1. Si $u_1 = 3$ et $r = 4$ , calculer $u_5$ . 2. Calculer la somme des 5 premiers termes.
Suites Géométriques	Terme général : $u_n = u_p \times q^{n-p}$ . Somme : $S_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$ .	1. Si $u_1 = 1$ et $q = 3$ , calculer $u_4$ . 2. Calculer la somme des 4 premiers termes.
Limites Simples	Pour $x \rightarrow \infty$ , la limite d'un polynôme est la limite de son terme de plus haut degré.	Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - x)$ . $\rightarrow \infty$ .
Formes Indéterminées	$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \times \infty$ . Lever l'indétermination par factorisation ou division.	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1$ .
Dérivation (Bases)	Dérivée de $x^n$ est $nx^{n-1}$ . Dérivée de $k \cdot f(x)$ est $k \cdot f'(x)$ .	1. Dérivée de $f(x) = 5x^4$ est $20x^3$ . 2. Dérivée de $f(x) = x$ est 1.