📝 Savoir-faire à Développer pour le Test de Contrôle de la 1ère Période

Le test de contrôle portera sur les notions étudiées durant les **sept premières semaines** de la Période 1, qui s'articulent autour de l'Analyse, des Fonctions et de la Trigonométrie.

🔢 Unité 1 : Analyse et Trigonométrie (Semaines 1-7)

Les élèves doivent maîtriser les savoir-faire suivants :

- **Suites Numériques (Arithmétiques et Géométriques) :**
    - **Identifier** une suite numérique comme arithmétique ou géométrique.
    - **Déterminer** le terme général (u_n) et la raison (r ou q) d'une suite.
    - **Calculer** la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.
    - **Appliquer** les concepts de suites numériques pour modéliser des situations concrètes (ex: modèle de population).
- **Fonctions (Polynomiales, Rationnelles et Irrationnelles) :**
    - **Reconnaître** les familles de fonctions polynomiales (degré 2 et 3), rationnelles et irrationnelles.
    - **Visualiser** et **interpréter** le graphe de ces fonctions (à l'aide ou non de traceurs graphiques).
    - **Étudier** les caractéristiques principales des fonctions (domaine de définition, parité, etc.).
- **Calcul Différentiel et Étude de Fonctions :**
    - **Calculer** la limite d'une fonction en un point ou à l'infini.
    - **Analyser** la continuité d'une fonction sur un intervalle.
    - **Déterminer** la dérivée d'une fonction simple.
    - **Établir** la connexion entre la dérivée et le sens de variation d'une fonction.
    - **Représenter** graphiquement des fonctions polynômes et rationnelles en utilisant les résultats de l'analyse.
    - **Calculer** l'équation de la tangente à la courbe en un point donné.

- **Trigonométrie :**
    - **Comprendre** et **utiliser** le cercle trigonométrique.
    - **Appliquer** les formules d'addition et de duplication.

🧑‍🏫 Modèle d'Examen Type Approche par Compétences (Période 1)

Ce modèle est conçu pour évaluer la capacité des élèves à **mobiliser** leurs connaissances pour résoudre des problèmes complexes et à **déployer un raisonnement** rigoureux, conformément à une approche par compétences.

🎯 Compétences Évaluées

1. **Résoudre une situation-problème** (Mobiliser les savoirs mathématiques dans un contexte donné).
2. **Déployer un raisonnement mathématique** (Analyser, conjecturer, prouver, communiquer).

📝 Structure de l'Examen

Section	Type d'Exercice	Compétence Principale	Thèmes Couverts	Barème (Exemple)
Partie A	**QCM sur le Programme**	Etre capable de comprendre et d'appliquer la théorie et les formules	Suites, Fonctions, Dérivées. Limites, Dérivées, Étude de fonction, Trigonométrie	30%
Partie B	**Situation Problème** (Projet)	Résoudre une situation-problème	Suites, Fonctions, Dérivées (Conception d'un parc d'attractions, Modèle de population)	$30%
Partie C	**Exercices d'Application et de Raisonnement**	Déployer un raisonnement mathématique	Limites, Dérivées, Étude de fonction, Trigonométrie	40%

📐 Partie B : Évaluation des Savoirs

I. Questions à Choix Multiples (QCM) - (15 points)

Chaque question vaut 3 points. Une seule réponse est correcte. Toute justification n'est pas nécessaire, mais l'erreur retire 1 point.

1. Suite Numérique : Quelle est la raison q de la suite géométrique dont le premier terme est $u_1 = 4$ et le troisième terme est $u_3 = 36$?
    - a) q = 3
    - b) q = 9
    - c) q = 6
    - d) q = 18

2. **Limite :** La limite de la fonction $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ lorsque x tend vers 2 est :
    - a) 0
    - b) 4
    - c) $+\infty$
    - d) La limite n'existe pas

3. **Dérivée et Variation :** Si la dérivée $f'(x)$ d'une fonction $f(x)$ est positive sur l'intervalle $]1, 5[$, alors la fonction $f(x)$ est :
    - a) Décroissante sur $]1, 5[$
    - b) Croissante sur $]1, 5[$
    - c) Constante sur $]1, 5[$
    - d) Non définie sur $]1, 5[$

4. **Trigonométrie :** La valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ est : (Indice : $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$)
   - a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
   - b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
   - c) $\frac{1}{2}$
   - d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. **Fonction Rationnelle :** La fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1}$ est définie sur :
   - a) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
   - b) $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$
   - c) $\mathbb{R}$
   - d) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Et 5 autres questions de ce type

🌳 **Partie B : Situation Problème - Le Problème du Parc d'Attractions**

(40 points)

Le conseil municipal souhaite construire un Parc d'Attractions et vous êtes chargé de concevoir une attraction.

1. Le Manège de la Spirale (Suites) :

L'installation des sièges du manège suit une progression arithmétique. Le 1er siège est placé à 5 m du centre, le 2e à 5.5m le 3e à 6 m, et ainsi de suite.

   - **a.** Déterminez la raison et le terme général de la suite de la distance des sièges par rapport au centre. **(5 pts)**
   - **b.** Si l'ingénieur prévoit 20 sièges, quelle est la distance totale parcourue pour installer les 20 sièges en partant du centre et en allant à chaque siège successif ? **(5 pts)**

2. Le Trajet de la Montagne Russe (Fonction et Dérivée) :

Le profil de la montée de la Montagne Russe peut être modélisé par la fonction

$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 1$ pour $x \in [0, 5]$. La distance x est en hectomètres (hm) et la hauteur f(x) est en mètres (m).

a. Étudiez le sens de variation de la fonction f en utilisant sa dérivée. (10 pts)

- **b.** Déterminez la **hauteur maximale** de la Montagne Russe sur l'intervalle donné. **(5 pts)**
- **c.** L'équipe de sécurité veut connaître l'angle d'inclinaison exact au point d'abscisse x=2. **Calculez la pente de la tangente** à la courbe au point x=2. **(5 pts)**
- **d. Tracez l'allure** de la courbe sur $x \in [0, 5]$ en justifiant votre démarche (points remarquables, sens de variation). **(10 pts)**

📐 Partie C : Exercices d'Application et de Raisonnement

(60 points)

Exercice 1 : Limites et Continuité (15 points)

. Calculez les limites suivantes (en justifiant les formes indéterminées) :

- $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ **(5 pts)**
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{x^3 + 4}$ **(5 pts)**

. La fonction $g(x)$ est-elle **continue** en $x = 1$? Justifiez.

$$g(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Exercice 2 : Trigonométrie (20 points)

1. **Démontrez** l'identité trigonométrique suivante en utilisant le cercle trigonométrique et les formules d'addition :

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

2. Sachant que $\cos(a) = \frac{3}{5}$ et que $a \in [0, \frac{\pi}{2}]$:
   - **Calculez** $\sin(a)$ **(5 pts)**
   - **Calculez** $\cos(2a)$ **(5 pts)**

Exercice 3 : Fonctions Rationnelles (15 points) Soit la fonction $h(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}$.

1. Calculez la dérivée $h'(x)$. **(8 pts)**
2. Déduisez-en le **sens de variation** de $h(x)$. **(3 pts)**
3. Écrivez l'équation de la **tangente** à la courbe de $h(x)$ au point d'abscisse $x = 3$. **(4 pts)**